

Aufgabe 1 [20]

Gegeben seien folgende Funktionen

```
void done(int n) {
    for (int i=1; i<n; i=i*3)
        for (int j=2*n; j>0; j=j/2)
            cout<<"easy";
}

void todo(int n) {
    if (n==0) return;
    for (int i=0; i<2*n; ++i);
    todo(n-1);
}

void doing(int n, int digit) {
    if (n==0) return;
    for (int i=0; i<n/2; ++i) todo(n);
    for (int j=3; j>0; --j) doing(n/digit, digit);
}
```

Nehmen Sie an, dass für den Parameter *digit* die zweite Stelle Ihrer Matrikelnummer (von rechts gezählt) plus 2 übergeben wird und finden Sie Laufzeitabschätzungen in Theta-Notation (abhängig von *n*) für

- [4] die Funktion *done*,
- [6] die Funktion *todo*,
- [10] und die Funktion *doing*.

Aufgabe 2 [20]

Addieren Sie zu Ihrer Matrikelnummer die Zahl 24116539. Die Ziffern der Summe seien in der Reihenfolge von links nach rechts in einem Array gespeichert. Sortieren Sie die Ziffern aufsteigend mit

- [9] Quicksort. Wählen Sie als Pivotelement immer die erste (ganz linke Ziffer).
- [9] Heapsort

Geben Sie jeweils alle benötigten Zwischenschritte so genau an, dass der Ablauf des Algorithmus' klar ersichtlich wird.

- [2] Was ist die minimale Laufzeitordnung (in O -Notation), die mit vergleichenden Sortierverfahren erreicht werden kann? Nennen Sie ein Sortierverfahren, das eine bessere Laufzeitordnung hat. Wie ist die Laufzeitordnung dieses Verfahrens?

Aufgabe 3 [20]

- [5] Fügen Sie die Strings „nobody“, „and“, „noone“, „is“, „no“ und „island“ in einen zu Beginn leeren Trie ein und skizzieren Sie den Zustand des Tries nach diesen Einfügeoperationen.
- [10] Geben Sie in C++ - oder Java-ähnlichem Code eine Definition für die Datenstruktur eines De-La-Briandais-Trie an.
- [5] Welche Laufzeitordnung haben die Operationen Einfügen, Löschen und Suchen in einem Trie.

Aufgabe 4 [25]

- [10] Beschreiben Sie die grundlegenden Ideen, die allen Hashverfahren zugrunde liegen. Was ist eine Kollision? Sind Kollisionen unvermeidlich, oder können Sie durch geschickte Programmierung verhindert werden (geben Sie eine Begründung für Ihre Antwort an)? Welche Verfahren zur Kollisionsbehandlung kennen Sie?
- [15] Beschreiben Sie den Unterschied zwischen statischen und dynamischen Hashverfahren. Welche dynamischen Hashverfahren kennen Sie? Beschreiben Sie die Arbeitsweise *eines* dieser dynamischen Verfahren genau.

Aufgabe 5 [20]

Gegeben ist die folgende Adjazenzmatrix, die die Kosten der Verbindungen zwischen den Knoten eines gerichteten Graphen beschreibt:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & z3 & z1 & z2 \\ z6 & 0 & z4 & z7 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & z5 & 0 & z6 \\ 1 & 0 & 2 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

- a. [2] Ersetzen Sie in der Adjazenzmatrix die Gewichte $z1$ bis $z7$ durch Werte, die Sie aus Ihrer Matrikelnummer wie folgt ermitteln: z_i ergibt sich aus der i -ten Stelle der Matrikelnummer (von rechts beginnend nummeriert) plus 1. Für die Matrikelnummer 1234567 wäre $z2$ beispielsweise 7 ($=6+1$).
Skizzieren Sie den Graphen, der durch diese Adjazenzmatrix beschrieben wird.
- b. [10] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom Knoten 1 zu allen anderen Knoten des Graphen (Dabei entspricht Knoten 1 dem Knoten der ersten Zeile/Spalte in der Adjazenzmatrix).
- c. [8] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal einen minimal spannenden Baum des Schattens des Graphen. (Sie erhalten den Schatten des Graphen, indem Sie die Richtungen der Kanten vernachlässigen. Werden dann zwei Knoten durch zwei Kanten verbunden, so werden diese Kanten zu einer zusammengefasst. Anders ausgedrückt: Zwei Knoten x und y im Schatten sind genau dann durch eine ungerichtete Kante verbunden, wenn im ursprünglich gerichteten Graphen zumindest eine der Kanten von x nach y oder von y nach x existiert. Als Gewicht der ungerichteten Kante wählen sie jeweils das Minimum aller durch sie repräsentierten gerichteten Kanten.) Notieren Sie alle Zwischenschritte so genau, dass klar ist, wann welche Kante zum spannenden Baum hinzugefügt wird.